

TRINOMIO PARTICOLARE

I trinomi del tipo

$$x^2 + 5x + 6$$

si scompongono nel prodotto

$$(x + 2)(x + 3)$$

Infatti moltiplicando i polinomi entro parentesi si osserva che 5 è la somma di 2 + 3 mentre 6 è il prodotto di 2 × 3. Quando si scompone un trinomio di questo tipo occorre trovare due numeri che sommati diano un coefficiente e moltiplicati tra loro diano l'altro coefficiente.

ESEMPIO 1 - Fattorizzare:

$$x^2 + 8x + 12$$

SOLUZIONE:

Occorre trovare due numeri la cui somma è 8 e il cui prodotto è 12. I numeri sono 2 e 6 perciò si scrive $x^2 + 8x + 12 = (x + 2)(x + 6)$.

ESEMPIO 2 - Fattorizzare:

$$x^2 + 9x + 20$$

SOLUZIONE:

La soluzione deve essere della forma

$$(x + a)(x + b)$$

dove $a \times b = 20$ e $a + b = 9$.

Si può immediatamente vedere che i due numeri sono 4 e 5, ma la ricerca dei numeri potrebbe non essere sempre così ovvia.

Un metodo che può essere utile per individuare i due numeri consiste nello scrivere tutte le coppie di fattori il cui prodotto dà 20.

$$\begin{array}{rcl} x^2 + 9x + 20 & = & (x + \quad) (x + \quad) \\ & & 1 \qquad 20 \\ & & 2 \qquad 10 \\ & & 4 \qquad 5 \end{array}$$

È facile osservare che solo la terza coppia di numeri dà come somma 9 perciò

$$x^2 + 9x + 20 = (x + 4)(x + 5)$$

ESEMPIO 3 - Fattorizzare:

$$x^2 - 3x - 10$$

SOLUZIONE:

La soluzione deve essere della forma

$$(x + \quad)(x + \quad)$$

Considerando tutti i modi per ottenere -10 moltiplicando due numeri interi si ha

$$\begin{array}{r} x^2 - 3x - 10 = (x + \quad)(x + \quad) \\ \qquad \qquad \qquad -1 \quad +10 \\ \qquad \qquad \qquad -2 \quad +5 \\ \qquad \qquad \qquad +1 \quad -10 \\ \qquad \qquad \qquad +2 \quad -5 \end{array}$$

Solo la quarta coppia di numeri dà come somma -3 perciò

$$x^2 - 3x - 10 = (x + 2)(x - 5)$$

ESEMPIO 4 - Fattorizzare:

$$x^2 - 5x + 6$$

SOLUZIONE:

La soluzione deve essere della forma

$$(x + \quad)(x + \quad)$$

Considerando tutti i modi per ottenere $+6$ moltiplicando due numeri interi, incluse le coppie di numeri negativi perché il coefficiente di mezzo è negativo, si ha

$$\begin{array}{r} x^2 - 5x + 6 = (x + \quad)(x + \quad) \\ \qquad \qquad \qquad +6 \quad +1 \\ \qquad \qquad \qquad +3 \quad +2 \\ \qquad \qquad \qquad -6 \quad -1 \\ \qquad \qquad \qquad -3 \quad -2 \end{array}$$

L'ultima coppia di numeri dà come somma -5 perciò

$$x^2 - 5x + 6 = (x - 3)(x - 2)$$

ESERCIZI

1. Fattorizzare ciascuna delle seguenti espressioni:

(a) $x^2 + 4x + 4$	(b) $x^2 + 7x + 12$	(c) $x^2 + 6x + 8$
(d) $x^2 + 7x + 6$	(e) $x^2 + 10x + 16$	(f) $x^2 + 4x + 3$
(g) $x^2 + 8x + 15$	(h) $x^2 + 3x + 2$	(i) $x^2 + 5x + 4$
(j) $x^2 + 11x + 24$	(k) $x^2 + 12x + 11$	(l) $x^2 + 15x + 56$
(m) $x^2 + 6x + 9$	(n) $x^2 + 7x + 10$	(o) $x^2 + 9x + 14$
(p) $x^2 + 11x + 30$	(q) $x^2 + 9x + 8$	(r) $x^2 + 12x + 32$

2. Fattorizzare le seguenti espressioni:

(a) $x^2 + x - 2$	(b) $x^2 - x - 12$	(c) $x^2 - 3x - 10$
(d) $x^2 + 4x - 5$	(e) $x^2 - 5x - 14$	(f) $x^2 - 2x - 8$
(g) $x^2 + 2x - 15$	(h) $x^2 - 3x + 2$	(i) $x^2 - 9x + 20$
(j) $x^2 - 10x + 21$	(k) $x^2 - 9x + 14$	(l) $x^2 - 7x + 10$
(m) $x^2 - 6x - 16$	(n) $x^2 - 17x + 72$	(o) $x^2 - 5x - 24$

SOLUZIONI

1. (a) $(x + 2)^2$ (b) $(x + 4)(x + 3)$ (c) $(x + 4)(x + 2)$
(d) $(x + 6)(x + 1)$ (e) $(x + 8)(x + 2)$ (f) $(x + 3)(x + 1)$
(g) $(x + 5)(x + 3)$ (h) $(x + 2)(x + 1)$ (i) $(x + 4)(x + 1)$
(j) $(x + 3)(x + 8)$ (k) $(x + 11)(x + 1)$ (l) $(x + 8)(x + 7)$
(m) $(x + 3)(x + 3)$ (n) $(x + 5)(x + 2)$ (o) $(x + 7)(x + 2)$
(p) $(x + 6)(x + 5)$ (q) $(x + 8)(x + 1)$ (r) $(x + 8)(x + 4)$
2. (a) $(x + 2)(x - 1)$ (b) $(x - 4)(x + 3)$ (c) $(x - 5)(x + 2)$
(d) $(x + 5)(x - 1)$ (e) $(x - 7)(x + 2)$ (f) $(x - 4)(x + 2)$
(g) $(x + 5)(x - 3)$ (h) $(x - 2)(x - 1)$ (i) $(x - 5)(x - 4)$
(j) $(x - 7)(x - 3)$ (k) $(x - 7)(x - 2)$ (l) $(x - 5)(x - 2)$
(m) $(x - 8)(x + 2)$ (n) $(x - 9)(x - 8)$ (o) $(x - 8)(x + 3)$