

NOME ..... DATA ..... CLASSE .....

### TRASFORMAZIONI DI GRAFICI

ESEMPIO 1 - Data la funzione  $f(x) = x^2$ . Rappresentare le seguenti funzioni e descrivere la relazione che le lega al grafico di  $y = f(x)$ :

a.  $y = f(x) + 2$

b.  $y = f(x + 1)$

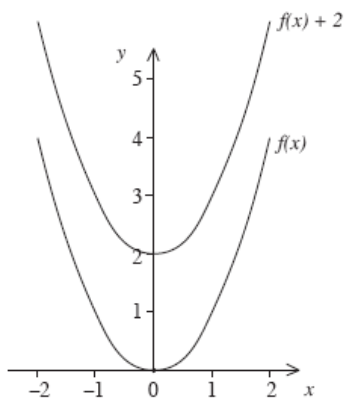
c.  $y = f(2x)$

d.  $y = 2f(x)$

SOLUZIONE: La tabella seguente riporta i valori necessari per tracciare i grafici.

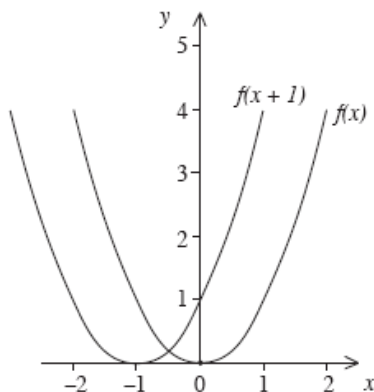
$x$	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	4	1	0	1	4
$f(x) + 2$	6	3	2	3	6
$f(x + 1)$	1	0	1	4	9
$f(2x)$	16	4	0	4	16
$2f(x)$	8	2	0	2	8

I seguenti diagrammi mostrano ciascun grafico in relazione a quello di  $f(x)$ .



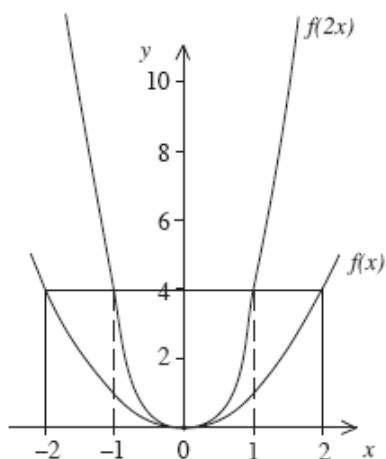
Il grafico di  $y = f(x)$  si sovrappone a quello di  $y = f(x) + 2$  con una traslazione verso l'alto di due unità.

In generale  $f(x) + a$  sposta una curva verso l'alto di  $a$  unità e  $f(x) - a$  la sposta verso il basso.



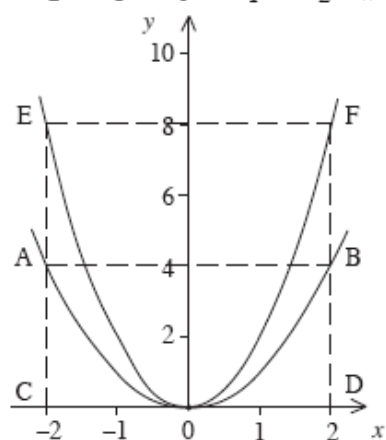
Il grafico di  $y = f(x)$  si sovrappone a quello di  $y = f(x + 1)$  con una traslazione verso sinistra di una unità.

In generale  $f(x + a)$  sposta una curva verso sinistra di  $a$  unità e  $f(x - a)$  la sposta verso destra.



Il grafico di  $y = f(2x)$  è più ripido di quello di  $y = f(x)$  perché la curva è stata compressa di un fattore 2 nella direzione dell'asse  $x$ .

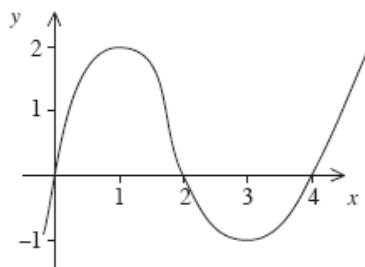
In generale la curva di  $y = f(kx)$  è compressa di un fattore  $k$  nella direzione dell'asse  $x$  rispetto alla curva di  $y = f(x)$ .



In questo caso la curva di  $y = f(x)$  è stata allungata di un fattore 2 nella direzione dell'asse  $y$  per ottenere la curva di  $y = 2f(x)$ .

In generale la curva di  $y = kf(x)$  è un allungamento del grafico di  $y = f(x)$  di un fattore  $k$  nella direzione dell'asse  $y$ . Se  $k$  è negativo la curva risulterà inoltre rovesciata rispetto l'asse  $x$ .

ESEMPIO 2 - La figura seguente mostra il grafico di  $y = g(x)$ .

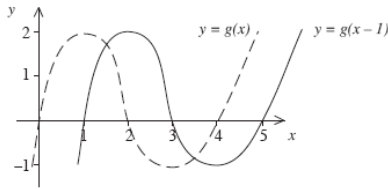


In riferimenti cartesiani diversi, rappresentare i grafici delle seguenti funzioni:

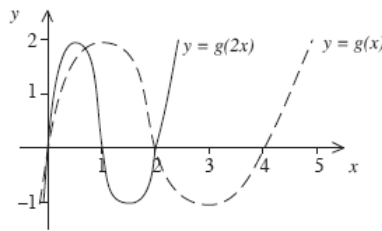
- $y = g(x)$  e  $y = g(x - 1)$
- $y = g(x)$  e  $y = g(2x)$
- $y = g(x)$  e  $y = 3g(x)$

SOLUZIONE :

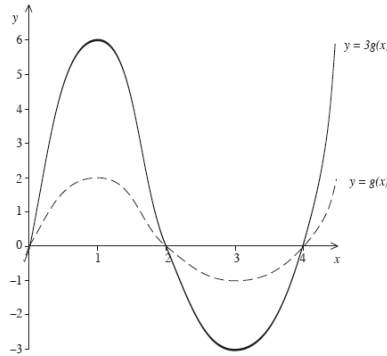
- a. Per ottenere  $y = g(x - 1)$  si deve traslare  $y = g(x)$  di una unità verso destra.



- b. Per ottenere  $y = g(2x)$  si deve comprimere  $y = g(x)$  di un fattore 2 orizzontalmente.

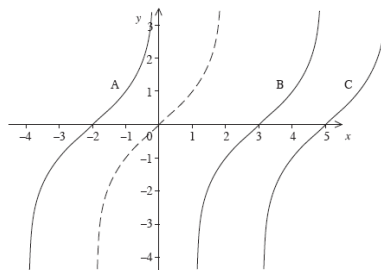


- c. Per ottenere  $y = 3g(x)$  si deve allungare il grafico di  $y = g(x)$  di un fattore 3 verticalmente.

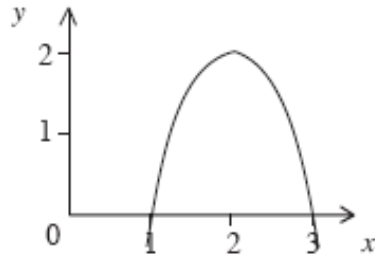


### ESERCIZI

1. Nella figura seguente il grafico di  $y = f(x)$  è dato dalla curva tratteggiata. Scrivere le equazioni delle altre curve.



2. Il grafico seguente rappresenta la funzione  $y = h(x)$ .



Su piani cartesiani separati rappresentare le funzioni seguenti:

- $y = h(x)$  e  $y = h(x) + 1$
  - $y = h(x)$  e  $y = 2h(x)$
  - $y = h(x)$  e  $y = 3h(x)$
  - $y = h(x)$  e  $y = h(x) - 2$
3. Nello stesso sistema cartesiano rappresentare le seguenti funzioni:

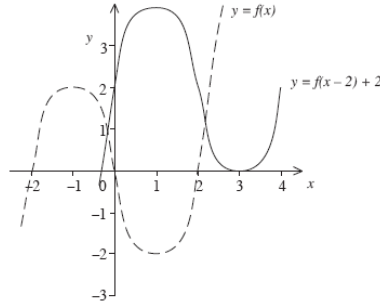
$$y = x^2$$

$$y = (x + 3)^2$$

$$y = (x - 4)^2$$

$$y = (x + 1)^2$$

4. Il grafico seguente rappresenta le funzioni  $y = f(x)$  e  $y = f(x - 2) + 2$ .



- descrivere come si ottiene la curva  $y = f(x - 2) + 2$  a partire dalla curva  $y = f(x)$ .
  - In un sistema cartesiano rappresentare le curve  $y = f(x)$ ,  $y = f(x - 2) - 1$  e  $y = f(x - 1) + 1$ .
5. Nello stesso riferimento cartesiano tracciare i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = x^2$$

$$y = (x - 2)^2 + 1$$

$$y = (x - 3)^2 - 1$$

$$y = (x + 3)^2 - 2$$

6. Nello stesso riferimento cartesiano tracciare e confrontare tra loro i grafici delle seguenti funzioni:

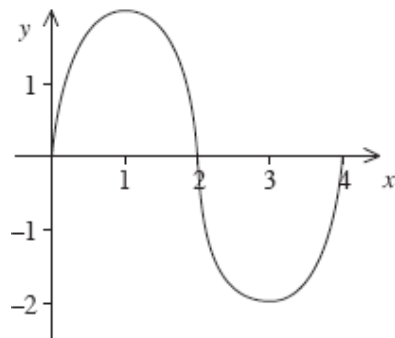
$$y = x^2$$

$$y = 3x^2$$

$$y = -x^2$$

$$y = -3x^2$$

7. Il grafico seguente rappresenta la funzione  $y = g(x)$ .



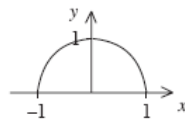
Rappresentare su piani cartesiani diversi le seguenti funzioni:

a.  $y = g(x)$  e  $y = -g(x)$

b.  $y = g(x)$  e  $y = -2g(x)$

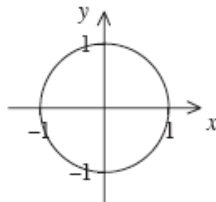
c.  $y = g(x)$  e  $y = -\frac{1}{2}g(x)$

8. Il grafico della funzione  $y = f(x)$  è una semicirconferenza.

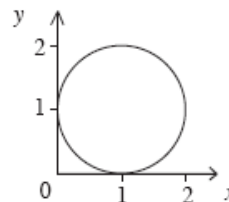


Elencare le coppie di funzioni necessarie per rappresentare le seguenti circonferenze:

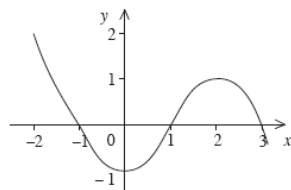
(a)



(b)

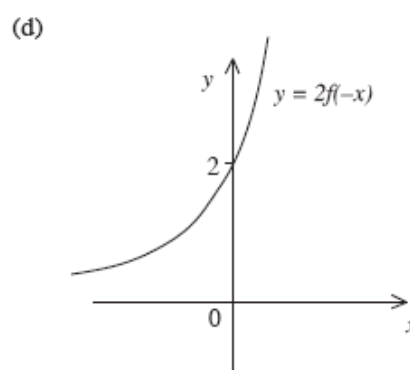
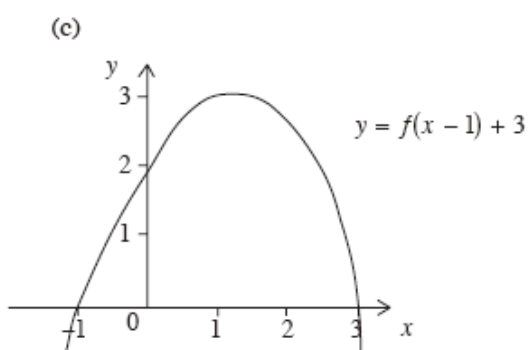
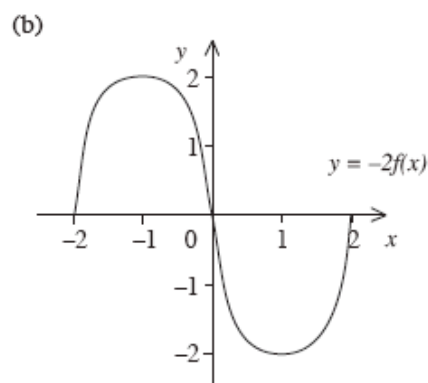
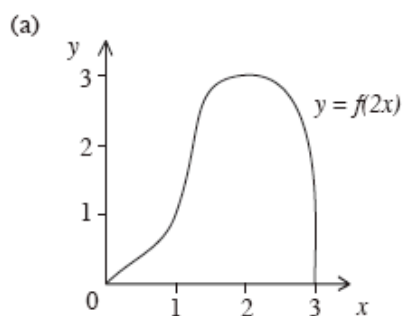


9. a. Data la funzione  $f(x) = x^3$ . Tracciare il grafico di  $y = f(x)$  e  $y = f(-x)$ , descrivere poi la relazione che lega i due grafici.  
 b. Il grafico seguente rappresenta  $y = g(x)$ .

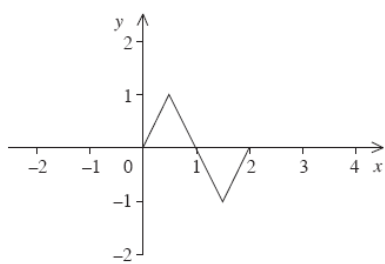


Tracciare i grafici di  $y = g(-x)$ ,  $y = g(-2x)$ ,  $y = g(\frac{1}{2}x)$  e  $y = g(-\frac{1}{2}x)$ .

10. Disegnare il grafico di  $y = f(x)$  in ciascuno dei seguenti casi:



11. La funzione  $y = f(x)$ , rappresentata nelle figura seguente, è definita per  $0 \leq x \leq 2$ .

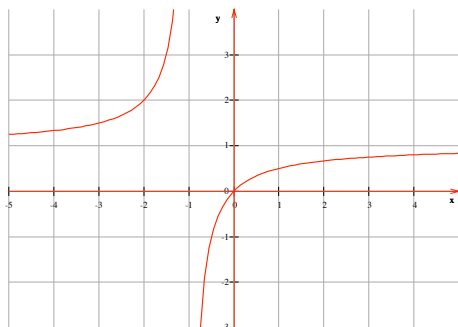


Tracciare i grafici delle seguenti funzioni:

$$y = f(x) + 1 \quad y = f(x - 1)$$

$$y = f\left(\frac{x}{2}\right)$$

12. La figura seguente rappresenta il grafico della funzione  $f(x) = \frac{x}{x+1}$ .



Tracciare i grafici delle funzioni  
 $y = f(x) - 1$  e  $y = f(2x)$ .